

# Stabiilisuusilmiölle alttiiden sauvojen kriittinen lämpötila

Teemu Tiainen, Mikko Salminen ja Eki Lehtimäki



Teemu Tiainen  
Tampereen Teknillinen Yliopisto  
Rakennustekniikka  
Metallirakenteiden tutkimuskeskus  
Korkeakoulunkatu 10  
FI - 33720 Tampere, Finland

Mikko Salminen  
Palotekninen insinööritoimisto Markku Kauriala  
Oy Hermiankatu 6-8 D  
FI - 33720 Tampere, Finland

Eki Lehtimäki  
Sweco Rakennetekniikka Oy  
Hatanpään valtatie 11  
FI - 33100 Tampere, Finland

ISBN-numero: ISBN 952-9683-36-7

# Stabiilisuusilmiölle alttiiden sauvojen kriittinen lämpötila

Teemu Tiainen, Mikko Salminen ja Eki Lehtimäki

# Sisällysluettelo

Esipuhe	5
1 Johdanto	6
2 Suora menetelmä vetosauvoille	7
3 Ehdotettu menetelmä stabiilisuusilmiöille alttiille sauvoille	8
4 Menetelmän validointi	10
5 Yhteenveto	11
Kirjallisuutta	11

# Esipuhe

Teräsrakenneyhdistys ry julkaisee sarjassa ”teknisiä julkaisuja” viimeaikaisista tutkimuksista, oppilaitosten lopputöistä sekä teräsrakentamisen T&K päivien ja muista merkittävistä teräsrakentamisen esitelmistä laadittuja artikkeleita. Nämä tekniset julkaisut on tarkoitettu levittämään tietoa erityisesti suomalaisten teräsrakennesuunnittelijoiden keskuuteen alalla tapahtuvasta kehityksestä suunnittelu- menetelmien osalta.

Kaikkia teknisissä julkaisuissa esitetyjä menetelmiä ei välttämättä ole vielä julkaisuvaiheessa koeteltu laajasti käytännön suunnittelussa, mutta ne tarjoavat joka tapauksessa uuden mahdollisen menetelmän, näkökulman tai tulkinnan teräsrakennesuunnittelijan arkipäivään.

Teknisen julkaisun sisältö on tarkastettu huolellisesti, mutta kuten aina inhimillisessä toiminnassa, julkaisuun on saattanut jäädä virheitä. Ristiriitatapauksissa on luonnollisesti käytettävä standardin tai lain ja asetuksen mukaista menettelyä. Teräsrakenneyhdistys ry tai kirjoittajat eivät vastaa teknisissä julkaisuissa esitettyjen ohjeiden soveltamisesta aiheutuvista välittömistä tai välillisistä vahingoista. Sarjassa ”tekniset julkaisut” julkaistut artikkelit ovat luonteeltaan ohjeellisia

# 1 Johdanto

Sen lisäksi, että rakenteiden kestävyys varmennetaan tavanomaisissa käyttöolosuhteissa ja murtorajatilaisissa, tulee yleensä tarkastella myös epätavallisia tilanteita, kuten tulipaloa. Tällöin teräsrakenteiden osalta on yleisesti käytössä kriittisen lämpötilan käsite. Tämä lämpötila on sellainen, jonka saavutettuaan rakenneosaa ei enää kykene kantamaan suunniteltua kuormaa.

Tyypillinen menettely suunnittelutyössä on sellainen, että rakennesuunnittelija määrittelee kriittiset lämpötilat rakenneosille ja palonsuojauksesta vastaava suunnittelija suunnittelee suojauksen, joka varmistaa, että lämpötilat rakenneosissa pysyvät kriittisten lämpötilojen alapuolella myös tulipalon sattuessa riittävän pitkän ajan. Sekä rakenneosan lujuus että jäykkyys heikkenevät teräksen tapauksessa lämpötilan noustessa. Kestävyys yleisessä tapauksessa riippuu sekä lujuudesta että stabiilisuudesta, joka puolestaan riippuu jäykkyydestä. Mikäli kysessä on rakenneosaa, joka ei ole altis stabiilisuuden menetykselle, esimerkiksi vetosauva, kestävyys riippuu vain lujuudesta, jolloin kriittinen lämpötila on helpohko laskea ja tilanteeseen on esitetty menetelmä standardissa [1]. Mikäli stabiilisuusilmiö tulee ottaa huomioon, laskentaproseduurista tulee iteratiivinen [2]. Yleensä teräsrakennesuunnittelijalle pääfokus on murtorajatilien laskelmissa ja palotapausta pidetään jokseenkin sekundäärisenä toimena, joten iteroinnin aiheuttaman lisätyön välttäminen olisi toivottavaa.

Tästä huolimatta kirjoittajat eivät ole alan kirjallisuudesta löytäneet kuin yhden lähteen, joka käsittelee kriittisen lämpötilan suoraa laskentaa, kun stabiilisuusilmiötkin tulevat huomioon otetuiksi. Lähteen [3] mukaan Japanin rakentamisnormeissa on suunnittelumenettely, jolla rakenneosan hoikkuus voidaan ottaa huomioon. Kuitenkin tällä menetelmällä hoikkuuden yläraja on  $\lambda = 1$ . Lisäksi ilmeisesti menetelmän antamat kriittiset lämpötilat ovat selkeästi varmalla puolella.

Tästä havaitusta puutteesta johtuen kirjoittajat ovat laatineet suoran menetelmän stabiilisuuden menetykselle alttiiden sauvojen kriittisen lämpötilan laskemiseksi.

## 2 Suora menetelmä vetosauvoille

Standardissa EN 1993-1-2 annetaan yksinkertainen menettely kriittisten lämpötilojen laskemiseksi sauvuille, jotka eivät ole alttiit stabiilisuuden menetykselle. Sen laskemiseksi tarvitaan sauvan käyttöaste

$$\mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}} \quad (2.1)$$

$$\theta_{cr,y}(\mu_0) = 39.19 \ln \left( \frac{1}{0.9674\mu_0^{3.833}} - 1 \right) + 482 \quad (2.2)$$

jolloin tuloksena on kyseisen sauvan kriittinen lämpötila.

Jos kyseessä on vetosauva, käyttöaste saadaan lasketuksi kaavalla

$$\mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}} = \frac{N_{fi,Ed}}{A_{fy,0}} \quad (2.3)$$

### 3 Ehdotettu menetelmä stabiilisuusiilmiöille altille sauvoille

Rakenneteräksen myötölujuus ja kimmokerroin heikkenevät lämpötilan noustessa. Vain lujuuden määrittämälle kestävyydelle lujuuden heikennyskerroin voidaan tulkita käyttöasteeksi ja lukea käyrältä vastaava lämpötila (kuva 3.1). Vastaavasti puhtaasti jäykkyyden alenemasta aiheutuva vauriomuoto voitaisiin lukea kimmokertoimen alentumiskäyrästä, jolloin kuvan esimerkissä saataisiin jonkin verran alempi kriittinen lämpötila.

Funktio  $k_{y,\theta}(\theta)$  on määrittely paloittain lineaarisena standardissa EN 1993-1-2. Kuitenkin, kaavan 2.2 funktiota voidaan pitää tämän funktion sileän approksimaation käänteisfunktiona  $\theta(f_{y,\theta}) = \theta(\mu_0)$ .

Vastaava sileä approksimaatio voidaan laatia kriittiselle lämpötilalle  $\theta_{cr,E}(\mu_0)$  seuraavasti

$$\theta_{cr,E}(\mu_0) = 785 - 150\mu_0 - 250 \arctan(20\mu_0 - 0.9) - 30 \arctan(30\mu_0 - 19.5) - 120 \arctan(10\mu_0 - 8.65) \quad (3.1)$$

Nämä käyrät ja niiden pienehköt epätarkkuudet nähdään kuvassa 3.2.

Ehdotettu suora menetelmä olettaa, että yhdistämällä lujuus- ja jäykkyyden aleneman kriittiset lämpötilat (kaavat 2.2 ja 3.1) sopivalla kertoimella saadaan koko rakenneseosan kestävyden kannalta kriittinen lämpötila

$$\theta_{cr} = \alpha_\theta \theta_{cr,E} + (1 - \alpha_\theta) \theta_{cr,y} \quad (3.2)$$

missä  $\alpha_\theta$  on kerroin, joka riippuu hoikkeudesta ja palon alkamisajanhetken käyttöasteesta  $\mu_0$

$$\alpha_\theta = \begin{cases} k_1 \lambda^3 + k_2 \lambda^2 + k_3 & \text{jos } \lambda \leq 2 \\ k_4 & \text{jos } \lambda > 2 \end{cases} \quad (3.3)$$

missä  $\lambda$  on standardin määrittelemä dimensioton hoikkuus (katso [4]), joka lasketaan kaavalla

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_y A}{N_{cr}}} \quad (3.4)$$

ja

$$k_4 = a_1 \mu_0^2 + b_1 \mu_0 + c_1 \quad (3.5)$$

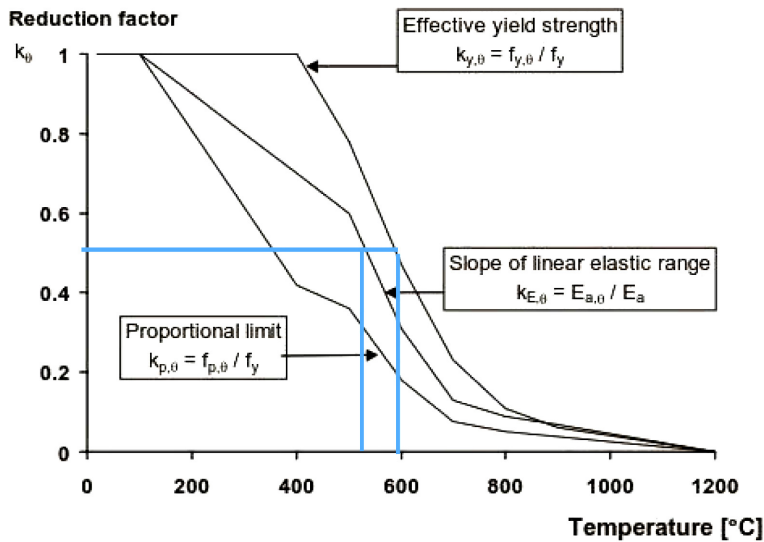
$$k_3 = a_2 \mu_0^2 + b_2 \mu_0 + c_2 \quad (3.6)$$

$$k_1 = \frac{k_3 - k_4}{4} \quad (3.7)$$

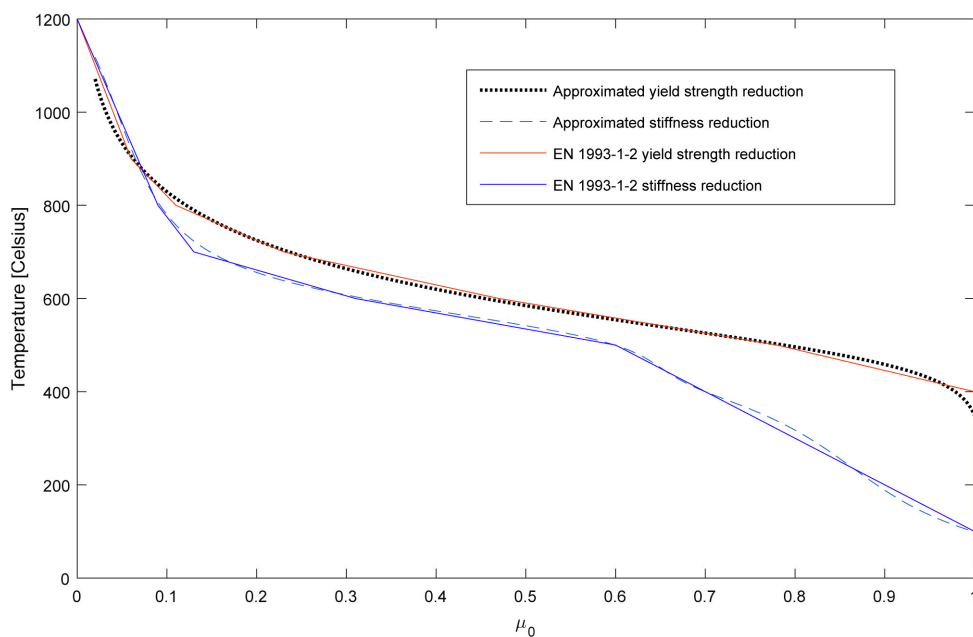
$$k_2 = \frac{3(k_4 - k_3)}{4} \quad (3.8)$$



**Kuva 3.1**  
Kriittisen lämpötilan määrittämisen idea.



**Kuva 3.2**  
Käyrien sileät approksi-  
maatiot ja tarkat käyrät.



**Taulukko 3.1**  
Ehdotetut arvot vakioille  
 $a_i$ ,  $b_i$  ja  $c_i$ .

$i$	$a$	$b$	$c$
1	-1	1.2	0.7
2	0.8	-0.7	0.3

missä puolestaan  $a_i$ ,  $b_i$  ja  $c_i$  ovat vakioita. Näiden vakioiden arvot tavanomaiselle rakenneteräkselle nähdään taulukossa 3.1.

Esitetty menettely on yleinen ja sitä voidaan soveltaa muillekin teräs- tai metallilaaduille, jos kimmoisuuden ja lujuuden aleneminen lämpötilan funktiona tunnetaan. Materiaalin vaihtuessa vakioiden arvot tulee luonnollisesti päivittää. Lisäksi on mahdollista kehittää tarkempi menetelmä käyttäen esimerkiksi kolmannen tai korkeamman asteen polynomia parametreille  $k_3$  ja  $k_4$ .

# 4 Menetelmän validointi

Menetelmän validoimiseksi lasketaan kriittiset lämpötilat EN 1993-1-2 kohdan 4.2.3.2 mukaisella menetelmällä eri lähtöarvoilla. Tällöin tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\mu_0 = \frac{N_{fi,Ed}}{\chi_{fi,0} A f_y} \quad (4.1)$$

$$\chi_{fi,0} = \min \left\{ \frac{1}{\phi_{\theta,0} + \sqrt{\phi_{\theta,0}^2 - \lambda_{\theta,0}^2}}, 1 \right\} \quad (4.2)$$

$$\phi_{\theta,0} = \frac{1}{2} (1 + \alpha \lambda_{\theta,0} + \lambda_{\theta,0}^2) \quad (4.3)$$

$$\alpha = 0.65 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (4.4)$$

$$\lambda_{\theta,0} = \lambda = \sqrt{\frac{f_y A}{N_{cr}}} \quad (4.5)$$

$$N_{b,fi,t,Rd} = \frac{\chi_{fi} A k_{y,\theta} f_y}{\gamma_{M,fi}} \quad (4.6)$$

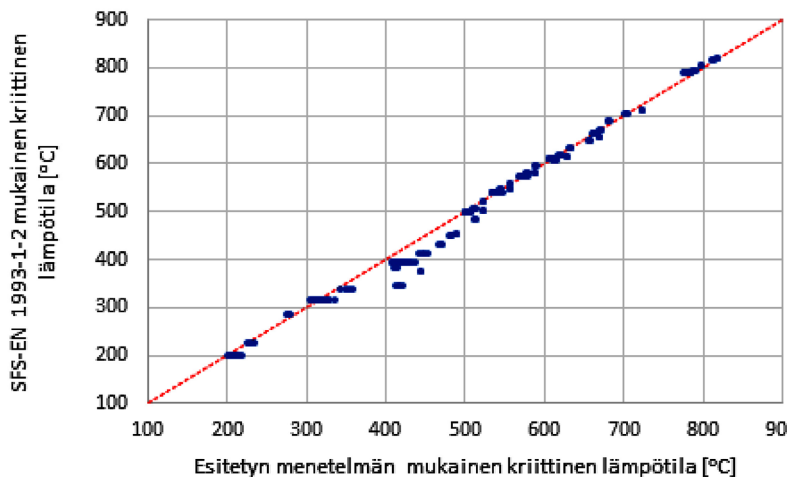
$$\chi_{fi} = \min \left\{ \frac{1}{\phi_{\theta} + \sqrt{\phi_{\theta}^2 - \lambda_{\theta}^2}}, 1 \right\} \quad (4.7)$$

$$\phi_{\theta} = \frac{1}{2} (1 + \alpha \lambda_{\theta} + \lambda_{\theta}^2) \quad (4.8)$$

$$\lambda_{\theta} = \lambda \sqrt{\frac{k_{y,\theta}}{k_{E,\theta}}} \quad (4.9)$$

Tämä epälineaarinen yhtälöryhmä voidaan ratkaista numeerisesti soveltuvalla tietokoneohjelmalla tai käsinlaskentana iteroiden esimerkiksi taulukkolaskentaohjelman avulla. Validointi tehdään hoikkouden arvoilla  $\lambda = \{0, 0.5, 1.0, \dots, 4.5, 5\}$  ja käyttöasteen arvoilla  $\mu_0 = \{0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.8, 0.9\}$ . Koska kaavan 4.4  $\alpha$ , joka määrittelee nurjahduskäyrän, on riippuvainen myötölujuudesta  $f_y$ , vertailu suoritetaan neljällä eri nimellisen myötölujuuden arvolla, 235, 355, 460 ja 700 MPa. Tällöin saadaan yhteensä  $9 \cdot 11 \cdot 4 = 396$  pistettä. Tulokset nähdään kuvassa 4.1.

Tulokset yhtenäisen viivan yläpuolella tarkoittavat epävarmalla puolella olevaa arviota ja alapuolella oleva varmalla puolella olevaa. Näin ollen menetelmän voitaneen sanoa tuottavan melko tarkan arvion kriittisestä lämpötilasta. Kuvassa kaikki pisteet on piirretty samalla värillä, koska merkittävää eroa eri lujuuksien suhteen ei havaittu edes käytetyillä lujuuden ääriarvoilla. Keskimäärin menetelmä tuotti vertailussa tuloksen, joka on niin kutsuttua tarkkaa kriittistä lämpötilaa 8 celsius-astetta alempi.



**Kuva 4.1**  
Vertailu standardin EN 1993-1-2 ja ehdotetun menetelyn välillä.

## 5 Yhteenveto

Tässä dokumentissa esitetään verrattain yksinkertainen menettely, jolla voidaan ilman iterointia laskea kriittinen lämpötila terässauvalle, joka altis stabiilisuuden menetykselle. Menetelmä vaikuttaisi toimivan jokseenkin hyvin kaikilla hoikkuuden ja käyttöasteen arvoilla. Menetelmällä voidaan käsitellä paitsi nurjahdukselle alttiita rakenneosia, myös leikkauslommahdukselle tai kiepahdukselle alttiita rakenneosia. Kuitenkaan yhdistetyn puristuksen ja taivutuksen tapaukseen menettelyä ei voida sellaisenaan soveltaa, vaan tällöin tarvitaan edelleen iteratiivista käsittelyä.

## Kirjallisuutta

- [1] EN 1993-1-2, EN-1993-1-2. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-2: General rules structural re design. CEN, 2006.
- [2] J. M. Franssen and P. V. Real, Fire Design of Steel Structures. ECCS Eurocode Design Manuals. ECCS, 2010.
- [3] K. Harada, Y. Ohmiya, A. Nanbu, and A. Nakamichi, Technical basis on structural fire resistance design in building standards law of japan., in Second International Workshop: Structures in Fire, (Christchurch), March 2002.
- [4] EN 1993-1-1, EN-1993-1-1. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, 2006.

# Stabiilisuusiölle alittiiden sauvojen kriittinen lämpötila

